

Contrôle de Mathématiques

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

EXERCICE 1 – Les Puissances : Calculer et simplifier au mieux les résultats

(4 points)

$$A = \frac{7^{-4} \times (7^{-2})^3}{(7^{-5})^{-6} \times 7^{-34}}$$

$$B = \frac{25 \times 10^{-3} \times 63 \times 10^{-4}}{14 \times 10^{-5} \times 45 \times 10^{-7}}$$

EXERCICE 2 – Développer puis réduire les expressions suivantes :

(3 points)

$$A = (5x+4)^2$$

$$B = (6-2x)^2$$

$$C = (5x+4)(5x-4)$$

EXERCICE 3 – Application :

(3 points)

On cherche la valeur de 1004^2 : on utilise le développement de $(1000+4)^2$:

$$(1000+4)^2 = 1000^2 + 2 \times 1000 \times 4 + 4^2 = 1000000 + 8000 + 16 = 1008016$$

Pourriez-vous adopter un raisonnement similaire pour calculer simplement 998^2 ?
Expliquez soigneusement votre démarche.

EXERCICE 4 – Factoriser les expressions suivantes :

(3 points)

$$D = (3x+1)(5x-3) + (5x-3)(2-4x)$$

$$E = (7-5x)(-3-4x) - (7-5x)^2$$

EXERCICE 5 – Factoriser les expressions suivantes en reconnaissant des identités remarquables : (4 points)

$$F = 81x^2 - 36x + 4$$

$$G = 64 - 16x^2$$

$$H = (2-x)^2 - (9x-5)^2$$

EXERCICE 6 – Application : On considère l'expression : $H = (2x+13)^2 - (2x-13)^2$

(3 points)

- Factoriser** et réduire H . (si vous ne savez pas factoriser, développer alors cette expression).
- Utiliser ce résultat pour calculer astucieusement, pour une certaine valeur de x , $2013^2 - 1987^2$?

BONUS : Factorisations plus intéressantes :

(+1 point)

- $(2x+5)(3x+4) + 2x+5$

- $x^4 - 1$

EXERCICE 1

(4 points)

$$A = \frac{7^{-4} \times (7^{-2})^3}{(7^{-5})^{-6} \times 7^{-34}} = \frac{7^{-4} \times 7^{-2 \times 3}}{7^{-5 \times (-6)} \times 7^{-34}} = \frac{7^{-4} \times 7^{-6}}{7^{30} \times 7^{-34}} = \frac{7^{-4+(-6)}}{7^{30+(-34)}} = \frac{7^{-10}}{7^{-4}} = 7^{-10-(-4)} = 7^{-10+4} = 7^{-6}$$

$$B = \frac{25 \times 10^{-3} \times 63 \times 10^{-4}}{14 \times 10^{-5} \times 45 \times 10^{-7}} = \frac{25 \times 63}{14 \times 45} \times \frac{10^{-3} \times 10^{-4}}{10^{-5} \times 10^{-7}} \quad B = \frac{5 \times \boxed{5} \times \boxed{9} \times \boxed{7}}{2 \times \boxed{7} \times \boxed{5} \times \boxed{9}} \times \frac{10^{-3+(-4)}}{10^{-5+(-7)}} = \frac{5}{2} \times \frac{10^{-7}}{10^{-12}}$$

$$B = 2,5 \times 10^{-7-(-12)} = 2,5 \times 10^{-7+12} = 2,5 \times 10^5$$

EXERCICE 2 – Développer puis réduire les expressions suivantes :

(3 points)

$$A = (5x+4)^2 \qquad B = (6-2x)^2 \qquad C = (5x+4)(5x-4)$$

$$A = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 4 + 4^2 \qquad B = 6^2 - 2 \times 6 \times 2x + (2x)^2 \qquad C = (5x)^2 - 4^2$$

$$A = 25x^2 + 40x + 16 \qquad B = 36 - 24x + 4x^2 \qquad C = 25x^2 - 16$$

EXERCICE 3 – Application :

(3 points)

$$998^2 = (1000-2)^2 = 1000^2 - 2 \times 1000 \times 2 + 2^2 = 1000000 - 4000 + 4 = 996\,004$$

EXERCICE 4 – Factoriser les expressions suivantes :

(3 points)

$$D = (3x+1)(5x-3) + (5x-3)(2-4x) \qquad E = (7-5x)(-3-4x) - (7-5x)^2$$

$$D = (5x-3)[(3x+1) + (2-4x)] \qquad E = (7-5x)(-3-4x) - (7-5x)(7-5x)$$

$$D = (5x-3)[3x+1+2-4x] \qquad E = (7-5x)[(-3-4x) - (7-5x)]$$

$$D = (5x-3)(3-x) \qquad E = (7-5x)[-3-4x-7+5x]$$

$$E = (7-5x)(x-10)$$

EXERCICE 5 – Factoriser les expressions suivantes en reconnaissant des identités remarquables : (4 points)

$$F = 81x^2 - 36x + 4$$

$$G = 64 - 16x^2$$

$$H = (2-x)^2 - (9x-5)^2$$

$$F = (9x)^2 - 2 \times 9x \times 2 + 2^2$$

$$G = 8^2 - (4x)^2$$

$$H = [(2-x) + (9x-5)][(2-x) - (9x-5)]$$

$$F = (9x-2)^2$$

$$G = (8+4x)(8-4x)$$

$$H = [2-x+9x-5][2-x-9x+5]$$

$$H = (8x-3)(7-10x)$$

EXERCICE 6 – Application : On considère l'expression : $H = (2x+13)^2 - (2x-13)^2$

(3 points)

a) **Factoriser** et réduire H :

$$H = (2x+13)^2 - (2x-13)^2$$

$$H = [(2x+13) + (2x-13)][(2x+13) - (2x-13)]$$

$$H = [2x+13+2x-13][2x+13-2x+13]$$

$$H = 4x \times 26$$

$$H = 104x$$

b) On reconnaît l'expression de H pour $x = 1\,000$:

$$\begin{aligned} 2013^2 - 1987^2 &= (2 \times 1000 + 13)^2 - (2 \times 1000 - 13)^2 \\ &= (2 \times 1000 + 13)^2 - (2 \times 1000 - 13)^2 \\ &= 104 \times 1000 \\ &= 104\,000 \end{aligned}$$