3ème

Contrôle de Mathématiques

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

EXERCICE 1 – Les Puissances : Ecrire A sous la forme a^n et donner l'écriture scientifique de B *(3 points)*

$$A=\frac{4^{-3}\times\left(4^{-5}\right)^{-3}}{4^{-16}}\qquad B=\frac{(-8)\times10^{-3}}{\left(10^{2}\right)^{-4}\times5\times10^{-5}}$$

EXERCICE 2 – Développer puis réduire les expressions suivantes : *(3 points)*

$A=(8-2x)^2$ $\quad B=(5+3y)^2$ $\quad C=(4x-7)(4x+7)$

EXERCICE 3 – Compléter <u>sur votre copie double</u> les développements suivants: *(3 points)*

a) $(x-....)^2=.....\ ....\ 12x+36$ b) $(.....-9)^2=4x^2...\ .....\ +.....$

c) $(.....\ ...\ .....)(.....\ ...\ .....)=x^2-9y^2$

EXERCICE 4 – Factoriser les expressions suivantes : *(3 points)*

$D=(4x-2)(3x-1)+(3x-1)(8+x)$ $\quad E=(5+2x)(6+2x)-(4-3x)(5+2x)$

EXERCICE 5 – Factoriser les expressions suivantes en reconnaissant des identités remarquables : *(3 points)*

$F=9x^2-12x+4$ $\quad G=(5+2x)^2-25$

EXERCICE 6 – On considère l'expression : $H=(2x+11)^2-(2x+10)^2$ *(3 points)*

a) Développer et réduire H.
b) Calculer H pour $x=2$.
c) Comment peut-on déduire, sans calculatrice, le résultat de : 2011^2-2010^2 ?

EXERCICE 7 – Soit l'expression $R=49x^2+42x+9-3(7x+3)(x+2)$ *(2 points)*

1) Factoriser $49x^2+42x+9$
2) En déduire une factorisation de R.

<u>BONUS :</u> Factorisations plus intéressantes : *(+1 point)*

a) $A=x+3-(2x+1)(x+3)-(2x+6)^2$

b) $B=(x-1)^2(x-5)-(x-5)(2-x)^2$

3ème

CORRIGE – M. QUET

EXERCICE 1 *(3 points)*

$$A=\frac{4^{-3}\times\left(4^{-5}\right)^{-3}}{4^{-16}}=\frac{4^{-3}\times4^{-5\times(-3)}}{4^{-16}}=\frac{4^{-3}\times4^{15}}{4^{-16}}=\frac{4^{-3+15}}{4^{-16}}=\frac{4^{12}}{4^{-16}}=4^{12-(-16)}=4^{12+16}=4^{28}$$

$$B=\frac{(-8)\times10^{-3}}{\left(10^{2}\right)^{-4}\times5\times10^{-5}}=\frac{(-8)}{5}\times\frac{10^{-3}}{\left(10^{2}\right)^{-4}\times10^{-5}}=\frac{-8}{5}\times\frac{10^{-3}}{10^{2\times(-4)}\times10^{-5}}=\frac{-8}{5}\times\frac{10^{-3}}{10^{-8}\times10^{-5}}=\frac{-8}{5}\times\frac{10^{-3}}{10^{-8+(-5)}}$$

$$B=\frac{-8}{5}\times\frac{10^{-3}}{10^{-13}}=\frac{-8}{5}\times10^{-3-(-13)}=\frac{-8}{5}\times10^{-3+13}=\frac{-8}{5}\times10^{-3+13}=-1,6\times10^{10}$$

EXERCICE 2 *Développer puis réduire les expressions suivantes :* *(3 points)*

$A=(8-2x)^2$
$A=8^2-2\times8\times2x+(2x)^2$
$A=64-32x+4x^2$

$B=(5+3y)^2$
$B=5^2+2\times5\times3y+(3y)^2$
$B=25+30y+9y^2$

$C=(4x-7)(4x+7)$
$C=(4x)^2-7^2$
$C=16x^2-49$

EXERCICE 3 *Compléter les développements suivants:* *(3 points)*

a) $(x-6)^2=x^2-12x+36$ b) $(2x-9)^2=4x^2-36x+81$ c) $(x+3y)(x-3y)=x^2-9y^2$

EXERCICE 4 *Factoriser les expressions suivantes :* *(3 points)*

$D=(4x-2)(3x-1)+(3x-1)(8+x)$
$D=(3x-1)\left[(4x-2)+(8+x)\right]$
$D=(3x-1)[4x-2+8+x]$
$D=(3x-1)(5x+6)$

$E=(5+2x)(6+2x)-(4-3x)(5+2x)$
$E=(5+2x)\left[(6+2x)-(4-3x)\right]$
$E=(5+2x)[6+2x-4+3x]$
$E=(5+2x)(5x+2)$

EXERCICE 5 *Factoriser les expressions suivantes en reconnaissant des identités remarquables :* *(3 points)*

$F=9x^2-12x+4$
$F=(3x)^2-2\times3x\times2+2^2$
$F=(3x-2)^2$

$G=(5+2x)^2-25$
$G=(5+2x)^2-5^2$
$G=(5+2x+5)(5+2x-5)$
$G=(2x+10)\times2x$

EXERCICE 6 *On considère l'expression :* $H=(2x+11)^2-(2x+10)^2$ *(3 points)*

a) Développer et réduire H.

$H=(2x+11)^2-(2x+10)^2$
$H=(2x)^2+2\times2x\times11+11^2-\left[(2x)^2+2\times2x\times10+10^2\right]$
$H=4x^2+44x+121-\left[4x^2+40x+100\right]$
$H=4x^2+44x+121-4x^2-40x-100$
$H=4x+21$

b) *Calculer H pour* $x=2$: 2 possibilités au choix en remplaçant x par 2 :

$H=(2x+11)^2-(2x+10)^2$
$H=(2\times 2+11)^2-(2\times 2+10)^2$
$H=(4+11)^2-(4+10)^2$
$H=15^2-14^2$
$H=225-196$
$H=29$

$H=4x+21$
$H=4\times 2+21$
$H=8+21$
$H=29$

c) *Comment peut-on déduire, sans calculatrice, le résultat de :* 2011^2-2010^2 *?*

Dans l'expression de départ : $H=(2x+11)^2-(2x+10)^2$, si on remplace x par la valeur 1 000, on retrouve le calcul demandé :

$$H=(2x+11)^2-(2x+10)^2=(2\times 1000+11)^2-(2\times 1000+10)^2=2011^2-2010^2.$$

Or :

$$H=(2x+11)^2-(2x+10)^2=4x+21$$ d'après la première question, pour toute valeur de x.

Donc pour x = 1 000 :

$$H=(2\times 1000+11)^2-(2\times 1000+10)^2=4\times 1000+21$$

On obtient :

$$2011^2-2010^2=4000+21=4021$$

EXERCICE 7 *Soit l'expression* $R=49x^2+42x+9-3(7x+3)(x+2)$ *(2 points)*

1) *Factoriser* $49x^2+42x+9$ **:**

$$49x^2+42x+9=(7x)^2+2\times 7x\times 3+3^2=(7x+3)^2$$

2) *En déduire une factorisation de R.*

$R=49x^2+42x+9-3(7x+3)(x+2)$
$R=(7x+3)^2-3(7x+3)(x+2)$
$R=(7x+3)(7x+3)-(7x+3)\times 3\times(x+2)$
$R=(7x+3)[(7x+3)-3\times(x+2)]$
$R=(7x+3)[(7x+3)-(3x+6)]$
$R=(7x+3)[7x+3-3x-6]$
$R=(7x+3)(4x-3)$

BONUS : Factorisations plus intéressantes : *(+1 point)*

$A=x+3-(2x+1)(x+3)-(2x+6)^2$
$A=(x+3)\times 1-(x+3)(2x+1)-[2(x+3)]^2$
$A=(x+3)\times 1-(x+3)(2x+1)-4(x+3)^2$
$A=(x+3)\times 1-(x+3)(2x+1)-(x+3)\times 4(x+3)$
$A=(x+3)[1-(2x+1)-4(x+3)]$
$A=(x+3)[1-(2x+1)-(4x+12)]$
$A=(x+3)[1-2x-1-4x-12]$
$A=(x+3)(-6x-12)$

$B=(x-1)^2(x-5)-(x-5)(2-x)^2$
$B=(x-5)(x-1)^2-(x-5)(2-x)^2$
$B=(x-5)\left[(x-1)^2-(2-x)^2\right]$
$B=(x-5)\left[x^2-2\times x\times 1+1^2-(2^2-2\times 2\times x+x^2)\right]$
$B=(x-5)\left[x^2-2x+1-(4-4x+x^2)\right]$
$B=(x-5)\left[x^2-2x+1-4+4x-x^2\right]$
$B=(x-5)(2x-3)$