

I. RESOLUTION D'UN SYSTEME PAR SUBSTITUTION :

On utilise de préférence cette méthode lorsque l'une des inconnues a pour coefficient « 1 » ou « -1 ».

Exemple :

$$\begin{cases} x + 2y = -4 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$$

On exprime l'une des inconnues en fonction de l'autre dans une des équations :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$$

On remplace l'inconnue dans l'autre équation. Elle devient une équation du premier degré à une seule inconnue :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ 3(-4 - 2y) - 2y = 12 \end{cases}$$

On développe la nouvelle équation :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ -12 - 6y - 2y = 12 \end{cases}$$

On isole l'inconnue :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ -6y - 2y = 12 + 12 \end{cases}$$

On réduit chaque membre :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ -8y = 24 \end{cases}$$

On résout :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ y = \frac{24}{-8} = -3 \end{cases}$$

On remplace « l'inconnue connue » dans la première équation, puis on calcule :

$$\begin{cases} x = -4 - 2 \times (-3) = -4 + 6 = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

La solution de l'équation est le couple **(2 ; -3)**.

II. RESOLUTION D'UN SYSTEME PAR COMBINAISON :

On utilise cette méthode dans tous les autres cas :

Exemple :

$$\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

ÉTAPE 1 : ÉLIMINER x

On multiplie chaque équation par un nombre afin de que les coefficients de x soient les mêmes :

$$\begin{cases} 3 \times \{ 5x + 4y = -1 \\ 5 \times \{ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

On obtient un nouveau système *équivalent* :

$$\begin{cases} 15x + 12y = -3 \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$$

On **soustrait** « terme à terme » les deux équations, pour éliminer y :

$$(-) \curvearrowright \begin{cases} 15x + 12y = -3 \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$$

$$0x + 22y = -8$$

On obtient une équation du premier degré à une inconnue, qu'on résout :

$$\begin{aligned} 22y &= -8 \\ y &= -\frac{8}{22} = -\frac{4}{11} \end{aligned}$$

ÉTAPE 2 : ÉLIMINER y

On multiplie ce qu'il faut afin de que les coefficients de y soient les mêmes :

$$\begin{cases} 1 \times \{ 5x + 4y = -1 \\ 2 \times \{ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

On obtient un nouveau système *équivalent* :

$$\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$$

On **ajoute** « terme à terme » les deux équations, pour éliminer y :

$$(+) \curvearrowright \begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$11x + 0y = 1$$

On obtient une équation du premier degré à une inconnue, qu'on résout :

$$\begin{aligned} 11x &= 1 \\ x &= \frac{1}{11} \end{aligned}$$

La solution de ce système est $\left(\frac{1}{11}, \frac{4}{11}\right)$.