

DEVELOPPEMENTS - FACTORISATIONS

RAPPEL :	$+ (a-b) = +a-b$	$(a \times b)^p = a^p \times b^p \rightarrow (3 \times x)^2 = 3^2 \times x^2 = 9x^2$
	$-(a-b) = -a+b$	$a^m \times a^n = a^{m+n} \rightarrow x^3 \times x^2 = x^{3+2} = x^5$
		$(a^m)^n = a^{m \times n} \rightarrow (x^4)^2 = x^{4 \times 2} = x^8$

I. DEVELOPPEMENT.

Développer un produit, c'est l'écrire sous la forme d'une somme (ou d'une différence).

→ on transforme un produit en somme (ou différence).

a. Développement simple :

$$k(a+b) = ka + kb$$

$$k(a-b) = ka - kb$$

Exemple : $A = -6(x-4)$

$$A = -6 \times x - 6 \times (-4)$$

$$A = -6x + 24$$

b. Double développement : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exemple : $B = (x+2)(x-3)$

$$B = x^2 - 3x + 2x - 6$$

$$B = x^2 - x - 6$$

c. Identités remarquables.

1 ^{ère} identité remarquable :	2 ^{ème} identité remarquable :	3 ^{ère} identité remarquable :
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)(a-b)^2 = a^2 - b^2$
<i>Exemple :</i> $A = (x+3)^2$ $A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$ $A = x^2 + 6x + 9$	<i>Exemple :</i> $A = (x-5)^2$ $A = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2$ $A = x^2 - 10x + 25$	<i>Exemple :</i> $A = (x+4)(x-4)$ $A = x^2 - 4^2$ $A = x^2 - 16$

Application :

$$\begin{aligned}
 A &= 5(2x+7)^2 - (3x-9)(3x+9) \\
 A &= 5 \left[(2x)^2 + 2 \times (2x) \times 7 + 7^2 \right] - \left[(3x)^2 - 9^2 \right] \\
 A &= 5 \left[4x^2 + 28x + 49 \right] - \left[9x^2 - 81 \right] \\
 A &= 5 \times 4x^2 + 5 \times 28x + 5 \times 49 - 9x^2 + 81 \\
 A &= 20x^2 + 140x + 245 - 9x^2 + 81 \\
 A &= 11x^2 + 140x + 326
 \end{aligned}$$

II. FACTORISATION.

Factoriser une somme (ou une différence), c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

→ on transforme une somme en produit.

a. Par recherche d'un facteur commun :

Pour factoriser il faut donc trouver un **facteur commun**.

$$ka + kb = k(a + b)$$

$$ka - kb = k(a - b) \quad \rightarrow k \text{ est appelé le facteur commun}$$

Ce facteur commun peut être :

1) Un nombre

$$\begin{aligned} 3x + 12 &= 3 \times x + 3 \times 4 \\ &= 3(x + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16 - 2x &= 2 \times 8 - 2 \times x \\ &= 2(8 - x) \end{aligned}$$

2) Une lettre

$$\begin{aligned} 3x^2 + 7x &= x \times 3x + x \times 7 \\ &= x(3x + 7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 - xy &= x \times 4x - x \times y \\ &= x(4x - y) \end{aligned}$$

3) Une expression

$$\begin{aligned} 2(x+8) + (x+8)(x-5) &= (x+8) \times 2 + (x+8) \times (x-5) \\ &= (x+8) \times [2 + (x-5)] \\ &= (x+8) \times [2 + x - 5] \\ &= (x+8) \times (x-3) \end{aligned}$$

Cas particuliers :

$$A = (x+1)(x+2) - (x+2)$$

$$B = (2x+1)^2 + (2x+1)(x+3)$$

$$A = (x+2) \times (x+1) - (x+2) \times 1$$

$$B = (2x+1) \times (2x+1) + (2x+1) \times (x+3)$$

$$A = (x+2) \times [(x+1)-1]$$

$$B = (2x+1) [(2x+1) + (x+3)]$$

$$A = (x+2) \times [x+1-1]$$

$$B = (2x+1) [2x+1+x+3]$$

$$A = (x+2) \times x$$

$$B = (2x+1)(3x+4)$$

4 types d'erreurs fréquentes :

1) $B = (5x-2)(2-x) - (5x-2)^2$

→ CORRECTION

$$B = (5x-2)(2-x) - (5x-2)^2$$

$$B = (5x-2) [(5x-2) - (2-x)] \text{!!!!!! NON}$$

$$B = (5x-2)(2-x) - (5x-2)(5x-2)$$

→ INVERSION dans le crochet

$$B = (5x-2) [(2-x) - (5x-2)]$$

$$B = (5x-2)[5x-2-2+x]$$

$$B = (5x-2)[2-x-5x+2]$$

$$B = (5x-2)(6x-4)$$

$$B = (5x-2)(-6x+4)$$

- 2) $A = (x+1)(\underline{x-2}) - 5(\underline{2-x})$
 $A = (\underline{x-2})[(x+1)\underline{-5}] \quad !!!!!!! \text{ NON}$
 $A = (\underline{x-2})(x+1\underline{-5})$
 $\rightarrow \underline{\text{ne pas confondre } x-2 \text{ et } 2-x}$
 $A = (x-2)(x-4)$
- $A = (x+1)(x-2) - 5(2-x)$
 $A = (x+1)(x-2) - 5[-(x-2)]$
 $\rightarrow \text{car } (\underline{2-x}) = -(x-2)$
 $A = (x+1)(\underline{x-2}) + 5(\underline{x-2})$
 $A = (x-2)[(x+1)\underline{+5}]$
 $A = (x-2)(x+6)$
- 3) $B = (\underline{2x+1})^2 + (\underline{4x+2})(x+3)$
 $B = (\underline{2x+1})^2 + 2(\underline{2x+1})(x+3)$
 $B = (2x+1)[(2x+1) + (x+3)\underline{+2}] \quad !!!!!!! \text{ NON}$
 $\rightarrow \underline{\text{d'où vient ce } +2 ?}$
 $B = (2x+1)(2x+1+x+3\underline{+2}) \quad B = (2x+1)(2x+1+2x+6)$
 $B = (2x+1)(3x+6)$
 $B = (2x+1)(4x+7)$
- 4) $A = (x+1)(\underline{x-2}) - (\underline{x-2})$
 $A = (\underline{x-2})[(x+1)] \quad !!!!!!! \text{ NON}$
 $A = (x-2)(x+1)$
 $A = (x-2)(x-2)$
 $A = (x+1)(x-2) - (x-2) \times 1$
 $\rightarrow \text{car } (\underline{2-x}) = (2-x) \times 1$
 $A = (x-2)[(x+1)\underline{-1}]$
 $A = x(x-2)$

b. En utilisant une l'identité remarquable :

1^{ère} identité remarquable : $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ 2^{ème} identité remarquable : $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ 3^{ère} identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Exemple :

$$\begin{aligned} A &= x^2 + 6x + 9 \\ A &= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 \\ A &= (x+3)^2 \end{aligned}$$

Exemple :

$$\begin{aligned} A &= x^2 - 10x + 25 \\ A &= x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 \\ A &= (x-5)^2 \end{aligned}$$

Exemple :

$$\begin{aligned} A &= x^2 - 16 \\ A &= x^2 - 4^2 \\ A &= (x+4)(x-4) \end{aligned}$$

Exemples :

$$\begin{aligned} B &= 4x^2 - 12x + 9 & C &= (2x+1)^2 - 2^2 \\ B &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 & C &= [(2x+1)+2][(2x+1)-2] \\ B &= a^2 - 2 \times a \times b + b^2 & C &= [2x+1+2][2x+1-2] \\ B &= (2x-3)^2 & C &= (2x+3)(2x-1) \end{aligned}$$

OBJECTIFS :

$$\begin{aligned} 107^2 &= (100+7)^2 \\ &= 100^2 + 2 \times 100 \times 7 + 7^2 \\ &= 10000 + 1400 + 49 \\ &= 11449 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+5)^2 - 16 &= (x+5)^2 - 4^2 \\ &= [(x+5)+4][(x+5)-4] \\ &= [x+5+4][x+5-4] \\ &= (x+9)(x+1) \end{aligned}$$