La Providence

Contrôle de Mathématiques

LES CALCULATRICES NE SONT PAS AUTORISEES POUR CE CONTRÔLE

Exercice 1 : Factoriser les expressions suivantes en simplifiant si besoin les écritures :

$x^2 - 13 =$ $\qquad$ $24 - 9x^2 =$

Exercice 2 :

Sachant que A = $5\sqrt{2}+1$ et B = $5\sqrt{2}-1$, calculer la valeur exacte de A + B et de A × B.

Exercice 3 : Calculer les expressions suivantes :

$C = \left(5\sqrt{3}\right)^2$ $\qquad$ $D = \left(2\sqrt{4}\right)^2$

Exercice 4 :

Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b nombres entiers, b le plus petit possible :

$E = -3\sqrt{32} + 5\sqrt{18} - 4\sqrt{2}$ $\qquad$ $F = 5\sqrt{27} - 2\sqrt{48} - \sqrt{12}$

$G = 2\sqrt{360} - \sqrt{640} + 3\sqrt{1000}$ $\qquad$ $H = 5\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{80}$

Exercice 5 : Identités remarquables

Effectuer les calculs suivants (si le résultat n'est pas un nombre entier, on donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{b}+c$, où a , b et c sont des entiers, b étant le plus petit possible) :

$L = \left(\sqrt{5}+1\right)^2$ $\qquad$ $M = \left(4-\sqrt{3}\right)^2$ $\qquad$ $N = \left(\sqrt{7}+6\right)\left(\sqrt{7}-6\right)$

$O = \left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^2$ $\qquad$ $P = \left(\sqrt{8}-\sqrt{5}\right)^2$ $\qquad$ $N = \left(\sqrt{12}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{12}-\sqrt{3}\right)$

Exercice 6 : Propriété : on ne laisse pas un résultat final avec un radical au dénominateur.

Exemples : *(pour Z, on multiplie numérateur et dénominateur par $\sqrt{7}$)*

$$Z = \frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$$

$$Y = \frac{3}{\sqrt{5}+4} = \frac{3\times\left(\sqrt{5}-4\right)}{\left(\sqrt{5}+4\right)\times\left(\sqrt{5}-4\right)} = \frac{3\times\sqrt{5}-3\times 4}{\left(\sqrt{5}\right)^2-4^2}$$

$$Y = \frac{3\sqrt{5}-12}{5-16} = \frac{3\sqrt{5}-12}{-11} = \frac{-3\sqrt{5}+12}{11}$$

Calculer :

$P = \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{11}}$ $\qquad$ $P = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+4}$

BONUS (2 points):

On considère un triangle ABC rectangle en A, tel que AB = $\sqrt{3}-1$ cm et AC = $\sqrt{3}+1$ cm.

1. Calculer la longueur de l'hypoténuse $[BC]$.
2. Calculer l'aire du triangle ABC.

CORRIGE – M. Quet

Exercice 1 : *Factoriser les expressions suivantes en simplifiant si besoin les écritures :*

$$x^2-13=x^2-\left(\sqrt{13}\right)^2=\left(x+\sqrt{13}\right)\left(x-\sqrt{13}\right) \qquad 24-9x^2=\left(\sqrt{24}\right)^2-(3x)^2=\left(\sqrt{24}+3x\right)\left(\sqrt{24}-3x\right)$$

Exercice 2 : A = $5\sqrt{2}+1$ et B = $5\sqrt{2}-1$,

$$A+B=\left(5\sqrt{2}+1\right)+\left(5\sqrt{2}-1\right)=5\sqrt{2}+1+5\sqrt{2}-1=10\sqrt{2}$$

$$A\times B=\left(5\sqrt{2}+1\right)\times\left(5\sqrt{2}-1\right)=\left(5\sqrt{2}\right)^2-1^2=5\sqrt{2}\times5\sqrt{2}-1=5\times5\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}-1=50-1=49$$

Exercice 3 : *Calculer les expressions suivantes :*

$$C=\left(5\sqrt{3}\right)^2=5\sqrt{3}\times5\sqrt{3}=5\times\sqrt{3}\times5\times\sqrt{3}=5\times5\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=25\times3=75$$

$$D=\left(2\sqrt{4}\right)^2=(2\times2)^2=4^2=16$$

Exercice 4 : *Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b nombres entiers :*

$$E=-3\sqrt{32}+5\sqrt{18}-4\sqrt{2}=-3\sqrt{16}\times\sqrt{2}+5\sqrt{9}\times\sqrt{2}-4\sqrt{2}=-3\times4\times\sqrt{2}+5\times3\times\sqrt{2}-4\sqrt{2}$$

$$E=-12\sqrt{2}+15\sqrt{2}-4\sqrt{2}=-\sqrt{2}$$

$$F=5\sqrt{27}-2\sqrt{48}-\sqrt{12}=5\sqrt{9}\times\sqrt{3}-2\sqrt{16}\times\sqrt{3}-\sqrt{4}\times\sqrt{3}=5\times3\times\sqrt{3}-2\times4\times\sqrt{3}-2\times\sqrt{3}$$

$$F=15\sqrt{3}-8\sqrt{3}-2\sqrt{3}=5\sqrt{3}$$

$$G=2\sqrt{360}-\sqrt{640}+3\sqrt{1000}=2\sqrt{36}\times\sqrt{10}-\sqrt{64}\times\sqrt{10}+3\sqrt{100}\times\sqrt{10}=2\times6\times\sqrt{10}-8\times\sqrt{10}+3\times10\times\sqrt{10}$$

$$G=12\sqrt{10}-8\sqrt{10}+30\sqrt{10}=34\sqrt{10}$$

$$H=5\sqrt{20}+3\sqrt{45}-\sqrt{80}=5\sqrt{4}\times\sqrt{5}+3\sqrt{9}\times\sqrt{5}-\sqrt{16}\times\sqrt{5}=5\times2\times\sqrt{5}+3\times3\times\sqrt{5}-4\times\sqrt{5}$$

$$H=10\sqrt{5}+9\sqrt{5}-4\sqrt{5}=15\sqrt{5}$$

Exercice 5 : *Identités remarquables*

$$L=\left(\sqrt{5}+1\right)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+2\times\sqrt{5}\times1+(1)^2=5+2\sqrt{5}+1=2\sqrt{5}+6$$

$$M=\left(4-\sqrt{3}\right)^2=(4)^2-2\times4\times\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2=16-8\sqrt{3}+3=-8\sqrt{3}+19$$

$$N=\left(\sqrt{7}+6\right)\left(\sqrt{7}-6\right)=\left(\sqrt{7}\right)^2-(6)^2=7-36=-29$$

$$O=\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2=2+2\sqrt{10}+5=2\sqrt{10}+7$$

$$P=\left(\sqrt{8}-\sqrt{5}\right)^2=\left(\sqrt{8}\right)^2-2\times\sqrt{8}\times\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2=8-2\sqrt{40}+5=-2\sqrt{40}+13$$

$$N=\left(\sqrt{12}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{12}-\sqrt{3}\right)=\left(\sqrt{12}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=12-3=9$$

Exercice 6 :

$$P=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{11}}{\sqrt{11}\times\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{88}}{11}$$

$$Y=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+4}=\frac{\sqrt{3}\times\left(\sqrt{5}-4\right)}{\left(\sqrt{5}+4\right)\times\left(\sqrt{5}-4\right)}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}-\sqrt{3}\times4}{\left(\sqrt{5}\right)^2-4^2}=\frac{\sqrt{15}-4\sqrt{3}}{5-16}=\frac{\sqrt{15}-4\sqrt{3}}{-11}=\frac{-\sqrt{15}+4\sqrt{3}}{11}$$

BONUS : *On considère un triangle ABC rectangle en A, tel que AB = $\sqrt{3}-1$ cm et AC = $\sqrt{3}+1$ cm.*

Le triangle ABC est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2=AB^2+AC^2=\left(\sqrt{3}-1\right)^2+\left(\sqrt{3}+1\right)^2=\left[\left(\sqrt{3}\right)^2-2\times\sqrt{3}\times1+(1)^2\right]+\left[\left(\sqrt{3}\right)^2+2\times\sqrt{3}\times1+(1)^2\right]$$

$$BC^2=\left[3-2\sqrt{3}+1\right]+\left[3+2\sqrt{3}+1\right]=\left[4-2\sqrt{3}\right]+\left[4+2\sqrt{3}\right]=4-2\sqrt{3}+4+2\sqrt{3}=8 \quad \rightarrow BC=\sqrt{8}$$